

DOI: 10.16285/j.rsm.2023.0392

宽饱和度范围非饱和土抗剪强度指标的演化模型

赵煜鑫¹, 李 旭¹, 赵红芬^{2,3}, 刘 艳¹

(1. 北京交通大学 城市地下工程教育部重点实验室, 北京 100044; 2. 中山大学 土木工程学院, 广东 珠海 519082;
3. 中山大学 南方海洋科学与工程广东省实验室(珠海), 广东 珠海 519082)

摘 要: 非饱和土的抗剪强度指标随饱和度变化的规律错综复杂, 为了用数学模型描述这些规律, 对现有文献中非饱和土的黏聚力、内摩擦角、剪胀角随饱和度变化的规律进行分析。分析结果表明: (1) 当土体饱和度降低, 土体从毛细作用主导逐步过渡到吸附作用主导时, 土体内摩擦角会增大, 其变化规律存在一个转折点, 可以定义为临界饱和度 S_{rc} 。当饱和度 S_r 大于临界饱和度 S_{rc} 时, 内摩擦角可视为常数; 当饱和度 S_r 小于临界饱和度 S_{rc} 时, 内摩擦角随着饱和度的减小线性增加, 传统扩展摩尔-库仑准则等模型不再适用。(2) 黏聚力随饱和度的变化过程存在山峰效应, 即黏聚力先随饱和度 S_r 的降低呈指数函数关系增加, 当饱和度 S_r 达到非饱和土强度极值对应的饱和度 S_{rv} 时达到最大, 随后有所降低, 这也是导致非饱和土强度存在山峰效应的主要原因。(3) 剪胀角随饱和度的降低和垂直压力的降低而增大, 可采用线性模型描述。基于以上规律, 提出了一个宽饱和度范围内的非饱和土抗剪强度演化模型。通过与文献中的试验数据及现有强度模型拟合结果进行对比发现, 新模型在描述宽饱和度范围内的土体强度时具有更好的适用性。

关 键 词: 非饱和土; 饱和度; 抗剪强度指标; 非饱和强度模型

中图分类号: TU431

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2023) 10-2809-12

Evolution model of unsaturated shear strength indices over a wide range of saturation

ZHAO Yu-xin¹, LI Xu¹, ZHAO Hong-fen^{2,3}, LIU Yan¹

(1. Key Laboratory of Urban Underground Engineering of Ministry of Education, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;
2. School of Civil Engineering, Sun Yat-sen University, Zhuhai, Guangdong 519082, China;
3. Southern Marine Science and Engineering Guangdong Laboratory, Sun Yat-sen University, Zhuhai, Guangdong 519082, China)

Abstract: The variation of shear strength indices of unsaturated soil with the degree of saturation S_r is complicated. In order to describe the experimental phenomena, the existing literature on the variations of cohesion, internal friction angle and dilation angle with S_r is analyzed. The results show that: (1) When S_r decreases and the pore water gradually transits from capillary water to adsorbed water, the friction angle increases. The turning point can be defined as critical degree of saturation S_{rc} . When S_r is greater than S_{rc} , the value of the friction angle is constant; when S_r is less than S_{rc} , the friction angle increases linearly with the decreasing S_r , and the extended Mohr-Coulomb criterion is no longer applicable. (2) The “peak effect” exists in the process of cohesion changing with S_r , i.e. the cohesion first increases exponentially with the decrease of S_r and reaches its maximum when S_r reaches S_{rv} corresponding to the peak unsaturated strength, and then decreases, which is the main reason for the “peak effect”. (3) A linear model can describe how the dilation angle increases with the decrease of S_r and vertical load. In addition, an unsaturated shear strength model over a wide S_r range is proposed. The proposed model is verified by the comparisons between the published experimental data and the predicted results of the proposed and existing equations, which illustrate the superiority of the proposed model.

Keywords: unsaturated soil; degree of saturation; shear strength indices; unsaturated shear strength model

1 引 言

土的抗剪强度指标是土的重要力学性质, 涉及

诸如边坡稳定性、挡土结构土压力和地基承载力等许多与土体抗剪强度指标有关的工程问题。自然界中, 绝大部分土体处于非饱和状态, 随着学者的深

收稿日期: 2023-03-29

录用日期: 2023-06-06

基金项目: 国家自然科学基金 (No.51979002, No.52279121, No.52278325)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51979002, 52279121, 52278325).

第一作者简介: 赵煜鑫, 男, 1995 年生, 博士研究生, 主要从事非饱和土力学方面的研究。E-mail: yuxinzhao@bjtu.edu.cn

通讯作者: 赵红芬, 女, 1984 年生, 博士, 副教授, 主要从事海洋岩土工程方面的研究。E-mail: zhaohf7@mail.sysu.edu.cn

入研究,发现非饱和土的物理状态、强度和变形等特性要比饱和土更加复杂^[1-3]。在工程设计计算中,如果仍采用经典土力学饱和土抗剪强度参数,可能会导致设计过于保守。因此,在过去 30 年的研究中,许多学者总结试验数据,提出了一些非饱和土抗剪强度公式。目前,根据应力变量的选择不同,非饱和土的强度理论主要可分为两类:

一类是 Bishop^[4]将饱和土有效应力原理引申到非饱和土有效应力中,提出以有效应力作为单一状态变量的非饱和土抗剪强度公式:

$$\tau_f = \tau_s + \tau_{us} = c' + [(\sigma - u_a) + \chi\psi] \tan \varphi' \quad (1)$$

式中: τ_f 为非饱和土剪切强度 (kPa); τ_s 为饱和土强度 (kPa); τ_{us} 为吸力强度 (kPa); c' 为饱和土的有效黏聚力 (kPa); φ' 为有效内摩擦角 ($^\circ$); $\sigma - u_a$ 为破坏时在剪切面上的净法向应力 (kPa); ψ 为吸力 (kPa); χ 为非饱和有效应力参数,当 $\chi = 1$ 时为饱和土,当 $\chi = 0$ 时为干土。

另一类是 Fredlund 等^[5]提出的用净应力和吸力双应力变量的线性非饱和土强度理论:

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' + \psi \tan \varphi^b \quad (2)$$

式中: φ^b 为对应基质吸力的内摩擦角 ($^\circ$)。然而很多试验结果表明,非饱和土强度随着吸力的增大呈非线性关系^[6],因此,有研究认为低吸力情况下 $\varphi^b = \varphi'$,而在较大吸力范围内 $\varphi^b < \varphi'$,即基质吸力的影响具有非线性特性。

上述公式都是基于有效应力理论建立的。其中 Bishop 公式中的参数 χ 和 Fredlund 公式中的参数 φ^b 都需要通过非饱和土的三轴试验来测定。然而,在许多实际工程中,控制吸力和测定孔隙水压力比较困难。因此,在实际应用中,将孔隙水压力对抗剪强度的影响统一考虑到总应力中^[7-8]。在这种情况下,总应力指标更能够反映土体的强度特性。为了便于工程应用,可以使用摩尔-库仑总应力强度公式来获得非饱和土的抗剪强度指标:

$$\tau_f = c + \sigma \tan \varphi \quad (3)$$

式中: τ_f 为土体的抗剪强度 (kPa); c 为非饱和土的黏聚力 (kPa); φ 为非饱和土的内摩擦角 ($^\circ$); σ 为总应力 (kPa),在直剪试验中对应为垂直压力 σ_v 。

根据一些学者^[9-10]对现有试验数据的总结发现,对于砂土和部分黏性土,随着土体饱和度的降低,土体的抗剪强度呈先增大后减小的趋势^[11-14],非饱和土的强度呈现出山峰效应,而对于大多数黏性土,抗剪强度随饱和度的降低而不断增加^[15-16],

在低饱和度范围内,强度增长的速率逐渐减缓,非饱和强度逐渐趋于稳定。不同类型土在宽饱和度范围内的抗剪强度演化规律各不相同,而其对应的抗剪强度指标(如黏聚力、内摩擦角和剪胀角)的演化更加复杂。现有文献对于高饱和度(或低吸力)范围内非饱和土抗剪强度指标的演化规律已经有了较为充分的讨论,但对于宽饱和度范围内土体抗剪强度指标的演化规律的研究相对较少。

为此,本文依托文献[11]中的试验数据,分析非饱和土在宽饱和度范围内摩擦角、黏聚力和剪胀角的演化规律和机制,进而在宽饱和度范围内构建非饱和土抗剪强度指标的演化模型,并通过其他文献中不同类型土的强度试验数据对本文建立的公式进行分析和验证。

2 非饱和土抗剪强度指标和剪胀特性

2.1 非饱和土抗剪强度指标演化规律分析

土体中的吸力包含毛细作用和吸附作用两部分。这两部分吸力的作用机制不同,对土体宏观力学性质的影响也不同。毛细水通过毛细作用在颗粒接触处提供一个附加胶结作用和改变土体的骨架应力两方面来影响非饱和土的力学行为。随着饱和度的持续降低,当吸力高于孔隙水张力时,毛细水气化,吸附作用下土体中孔隙水吸附于土颗粒表面,表现为结合水,土体表现出吸附作用占优的趋势。

依托的试验^[11]根据干土质量百分比,人工配置了 7 种不同细粒含量 (fines content, FC) 的粗细混合土 (FC = 16%、24%、36%、50%、65%、80%、100%),粗颗粒为标准砂,细颗粒为青海粉质黏土,粗颗粒与细颗粒的分界粒径为 0.075 mm。其中标准砂的土粒相对密度 G_s 为 2.65,最大干密度和最小干密度分别为 1.95 g/cm³ 和 1.56 g/cm³;粉质黏土的液限和塑限分别为 27.2% 和 15.1%,土粒相对密度 G_s 为 2.70,最优含水率和最大干密度分别为 15.5% 和 1.75 g/cm³。试验按照最优含水率在标准击实功下制备土样,采用抽真空的方式饱和土样,然后通过风干使土样达到不同的含水率。试样的初始饱和度范围从完全饱和到完全干燥(通过烘干得到饱和度为 0% 的土样),至少包括 10 个以上的饱和度水平。试样经过密封养护至少 7 d,以达到土体内部水分平衡。随后,采用应变控制式电动直剪仪进行直剪试验,试验过程中排气不排水,选用的垂直压力为 50、100、200、300 kPa,剪切速率设置为 0.8 mm/min。剪切结束后,采用烘干法测量试样的含水率。土体

的持水曲线采用李旭等^[17]提出的并行滤纸法联合露点水势仪法快速获得。

从 7 种不同细粒含量的粗细混合土的试验数据中发现, 毛细作用和吸附作用对粗细混合土的剪切特性的贡献不同, 而实测得到的土体饱和度 S_r (初始饱和度) 同时包括了吸附水和毛细水, 可以用来

量化不同赋存状态的水分对非饱和土强度的贡献, 因此, 本文选择饱和度 S_r 作为基本变量对非饱和土的抗剪强度指标进行研究。

采用式 (3) 计算 7 种粗细混合土在不同饱和度下的抗剪强度指标。如图 1 所示, 随着垂直压力的增大, 土体的强度逐渐增大并呈线性增长。

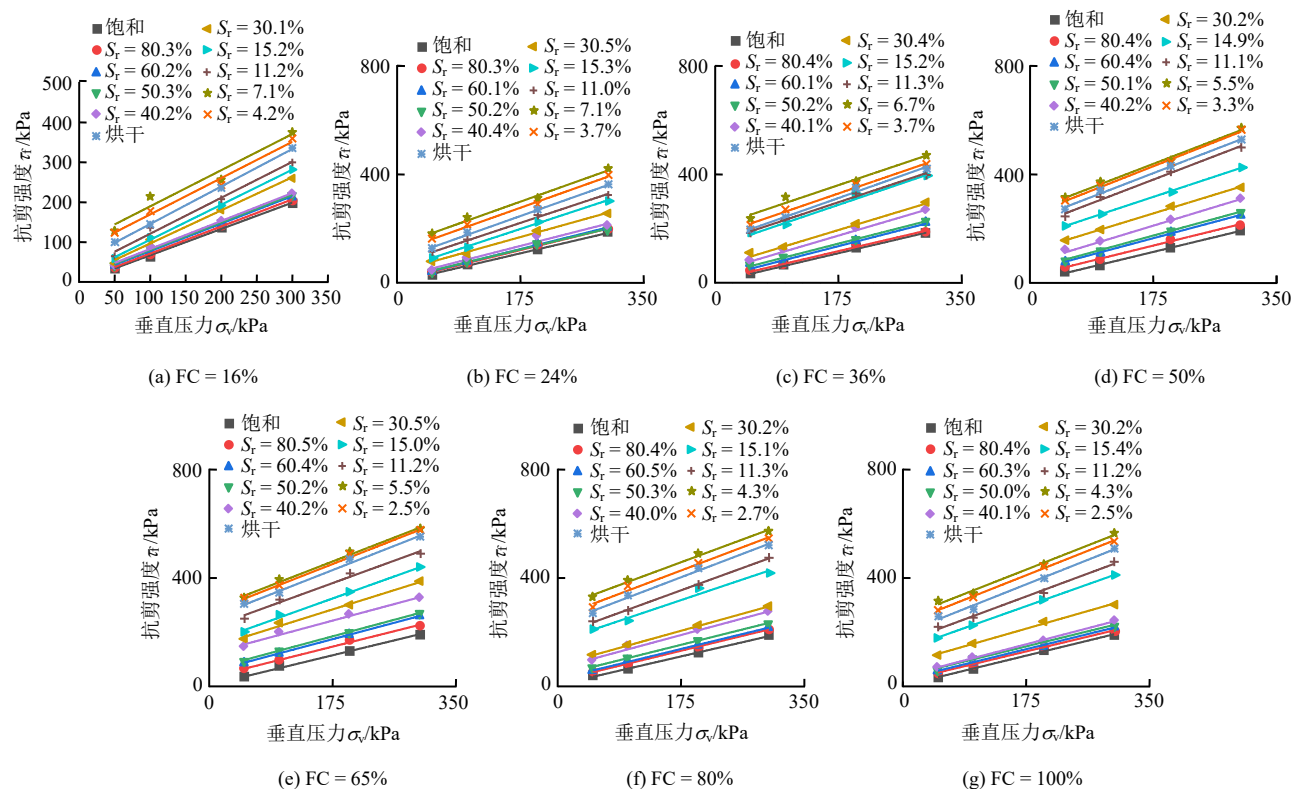


图 1 粗细混合土的摩尔-库仑强度包线

Fig.1 Mohr-Coulomb strength envelopes for mixed soils

2.1.1 饱和度对非饱和土内摩擦角影响分析

对文献[11]中的试验结果进行汇总, 内摩擦角随着饱和度和吸力变化的规律如图 2 所示。当饱和度高于某一饱和度时 (本文定义为临界饱和度 S_{rc}), 土体的基质吸力增加幅度有限, 毛细作用对土体的抗剪强度贡献较小, 土体的内摩擦角受影响较小, 在 $2^\circ \sim 3^\circ$ 范围内波动, 其值近似等于饱和土的内摩擦角。当土体饱和度低于相应的临界饱和度 S_{rc} 时, 颗粒间的水膜变薄, 曲率半径变小, 导致毛细力快速增大, 颗粒间的附加胶结作用力增加, 从而使内摩擦角增加幅度变大。随着土体继续干燥, 此时吸附作用开始占优, 水分开始从细粒土形成的集聚体内排出^[18], 集聚体的强度和刚度增加, 这一阶段内摩擦角随着饱和度的降低不断增加。因此, 传统的非饱和理论中假定土体内摩擦角在脱湿过程中保持不变, 仅适用于土体处于较高饱和度的情况。上述规律与现有文献^[19-21]中的研究结论是一致的。

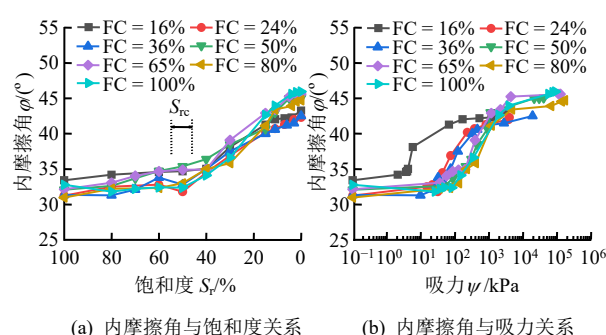


图 2 内摩擦角与饱和度和吸力之间的关系

Fig.2 Relationships of internal friction angle with degree of saturation and suction

根据图 2 中内摩擦角的变化趋势, 可以采用双折线函数模型描述土体内摩擦角随饱和度的变化规律 (如图 3 所示), 关系式为

$$\varphi = \begin{cases} \varphi' & S_r \geq S_{rc} \\ \varphi' + \frac{\varphi_d - \varphi'}{S_{rc}} (S_{rc} - S_r) & S_r < S_{rc} \end{cases} \quad (4)$$

式中: S_{re} 为土体内摩擦角开始显著增加时对应的饱和度 (%), 定义为临界饱和度, 可通过拟合得到; φ' 为饱和度 $S_r \geq S_{re}$ 时土体内摩擦角的均值, 该值近似等于饱和土的内摩擦角 ($^\circ$); φ_d 为非饱和土内摩擦角的最大值 ($^\circ$), 也即饱和度 $S_r = 0\%$ 时土体的内摩擦角, 可以通过对一组饱和-完全烘干后的土样进行强度测量来得到。

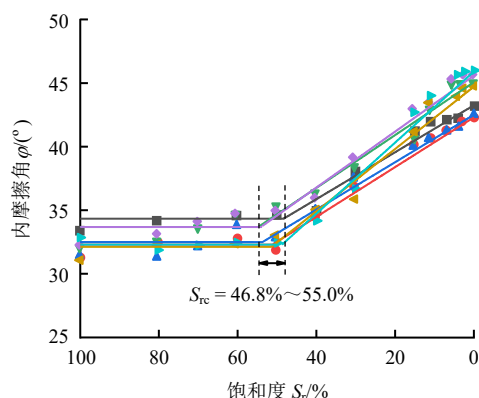


图3 采用双折线模型拟合粗细混合土的内摩擦角

Fig.3 Fitting of internal friction angle of coarse-fine mixed soils by using bilinear model

从图3可以看出, 采用双折线模型可以很好地描述宽饱和度范围内摩擦角随饱和度的变化趋势。7种粗细混合土的双折线模型拟合参数见表1。

表1 双折线模型的拟合参数

Table 1 Fitting parameters for bilinear model

FC/%	$S_{re}/\%$	$\varphi'/(^\circ)$	$\varphi_d/(^\circ)$	相关系数 R^2
16	46.8	34.3	43.3	0.96
24	50.9	32.3	42.3	0.98
36	54.2	32.5	42.5	0.98
50	55.0	33.7	45.1	0.97
65	53.6	33.8	45.6	0.98
80	51.2	32.1	44.7	0.97
100	48.7	32.3	45.8	0.98

选取文献中已有的不同类型土在不同工况下的试验值验证提出的双折线模型。不同类型土试验概况的总结见表2。这些试验数据包括孙德安^[22](马兰 Q₃ 黄土)、马路^[23](黑方台黄土)、林鸿州^[24](潮

表2 文献中不同类型土的数据信息汇总

Table 2 Summary of published data used in this study

土体类型	试验类型	$w_L/\%$	I_p	μ_a/kPa	$S_{re}/\%$
马兰 Q ₃ 黄土 ^[22]	三轴试验	30.0	13.5	15.6	10.6
黑方台黄土 ^[23]	直剪试验	27.5	9.3	7.0	27.3
潮白河粉细砂 ^[24]	直剪试验	—	—	2.0	18.0
杭州粉质黏土 ^[25]	直剪试验	28.0	12.0	9.8	21.0
砂质粉土 ^[26]	直剪试验	—	6.1	9.7	14.5

注: w_L 为液限; I_p 为塑性指数; μ_a 为进气值; S_{re} 为残余饱和度。

白河粉细砂)、许四法^[25](杭州粉质黏土)、万龙^[26](砂质粉土)等得到的内摩擦角的试验数据, 将其代入双折线模型中(式(4))进行计算, 发现双折线模型可以很好地描述不同类型土内摩擦角随饱和度的变化趋势, 结果如图4所示。图4中内摩擦角拟合曲线的参数见表3。

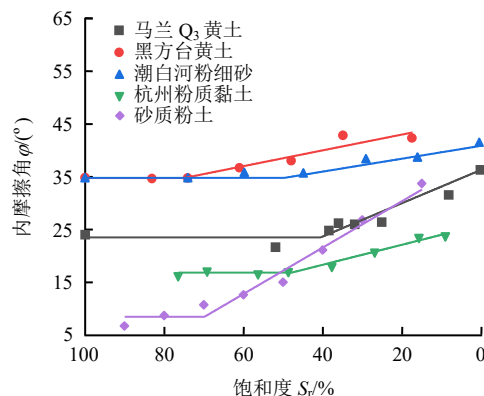


图4 不同类型土内摩擦角双折线模型拟合结果

Fig.4 Fitting results of internal friction angle for different types of soils

表3 不同类型土的内摩擦角双折线模型参数取值

Table 3 Parameters of bilinear model for different types of soils

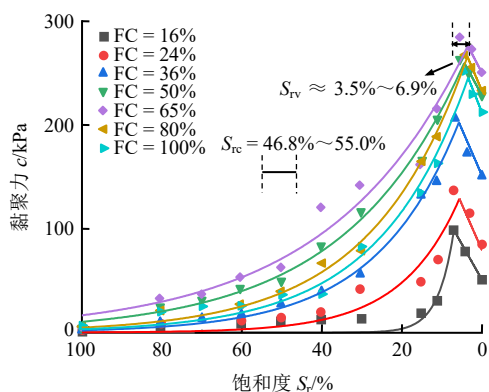
土体类型	$S_{re}/\%$	$\varphi'/(^\circ)$	$\varphi_d/(^\circ)$	R^2
马兰 Q ₃ 黄土 ^[22]	40.9	23.5	36.3	0.89
黑方台黄土 ^[23]	72.5	34.8	46.0	0.88
潮白河粉细砂 ^[24]	50.0	34.8	40.9	0.98
杭州粉质黏土 ^[25]	47.6	16.9	25.9	0.97
砂质粉土 ^[26]	70.2	8.5	39.2	0.97

2.1.2 饱和度对非饱和土黏聚力影响分析

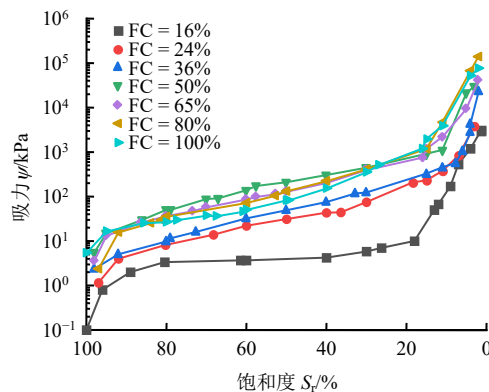
文献[11]中粗细混合土的黏聚力随饱和度变化的规律如图5所示。

黏聚力随饱和度的减小呈先增大后减小的趋势: ①在缓慢增长区, 土体饱和度 S_r 大于临界饱和度 S_{re} , 随着饱和度的下降, 毛细水的作用在土颗粒之间产生表面张力, 土体的黏聚力上升, 但孔隙中水含量仍较多, 土中毛细水的作用相对较小, 土颗粒间黏聚力随饱和度缓慢增长。②土体饱和度 S_r 小于临界饱和度 S_{re} 时, 随着饱和度的下降, 土体的黏聚力快速上升。其主要原因包含两个方面, 一方面是此时气-水-固界面处收缩膜产生的表面张力逐渐增大, 作用在颗粒接触处的附加胶结作用和土骨架应力增大, 因此, 土体的黏聚力增加; 另一方面, 颗粒间的水膜变薄, 土中水的表现形式从毛细水逐渐转换为吸附在土粒表面的结合水^[27], 在电场的作用下, 土粒间的吸附力增大, 连接作用增强, 土体

的黏聚力也不断增大。③当饱和度低于非饱和土强度极值对应的饱和度 $S_{rv} \approx 3.5\% \sim 6.9\%$ ，非饱和土的黏聚力略微下降出现山峰效应。此阶段颗粒间的毛细作用完全消失，土体在接近于完全干燥过程中，孔隙水以吸附水的形式存在^[28-29]，土体黏聚力下降。这也是导致非饱和土强度出现山峰效应的主要原因。



(a) 饱和度与黏聚力的关系



(b) 饱和度与吸力的关系

图 5 饱和度与黏聚力、吸力之间的关系

Fig.5 Relationships of degree of saturation with cohesion and suction

根据黏聚力随饱和度的变化趋势，可以采用分段函数模型描述土体的黏聚力随饱和度的变化规律。当 $S_r > S_{rv}$ 时，黏聚力随饱和度的降低呈指数函数增加；当 $S_r \leq S_{rv}$ 时，黏聚力随饱和度线性降低，即

$$c = \begin{cases} \exp(aS_r + b) & S_r > S_{rv} \\ dS_r + c_d & S_r \leq S_{rv} \end{cases} \quad (5)$$

式中： a 、 b 、 d 均为拟合参数； c_d 为完全干土的黏聚力（kPa），也即饱和度 $S_r = 0\%$ 时土体的黏聚力，可以通过对一组饱和-完全烘干后的土样进行强度测量来得到； S_{rv} 为非饱和土强度最大值对应的饱和度（%）。

本文提出的黏聚力分段函数模型的拟合结果见表 4。从表中可以看出，分段函数模型可以很好地拟合不同细粒含量的粗细混合土在宽饱和度范围内黏聚力随饱和度的变化趋势。

表 4 采用分段函数模型的拟合参数

FC/%	a	b	R^2	d	c_d/kPa	$S_{rv}/\%$	R^2
16	-9.2	6.3	0.93	682.3	51.1	6.9	0.99
24	-6.8	5.2	0.88	876.7	85.1	5.7	0.94
36	-4.8	5.6	0.99	888.0	151.6	5.9	0.98
50	-3.5	5.7	0.99	700.5	228.9	4.5	0.99
65	-2.9	5.7	0.96	740.4	250.4	3.7	0.88
80	-4.2	5.7	0.99	907.9	233.1	3.8	0.97
100	-4.4	5.6	0.98	964.5	212.4	3.5	0.99

将表 2 中的试验数据代入分段函数模型中进行计算，结果如图 6 所示，其相关参数见表 5。可以看出，使用分段函数具有良好的应用效果，对于马兰 Q₃ 黄土、黑方台黄土等黏粒含量较多的黏性土，黏聚力随着饱和度的减小不断增加，采用分段函数中的指数函数模型即可描述；对于潮白河粉细砂、杭州粉质黏土、砂质粉土等砂粒或粉粒含量较多的土，黏聚力随饱和度的降低先增大后减小，需采用分段函数模型描述。

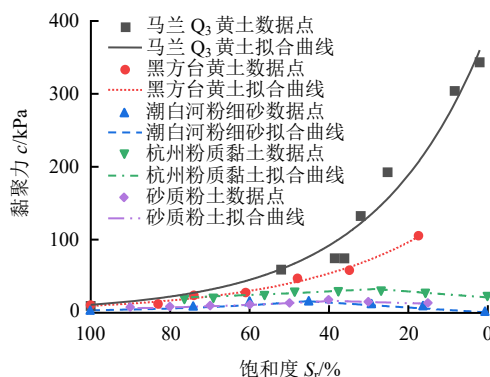


图 6 不同类型土黏聚力分段函数模型拟合结果

Fig.6 Fitting results of cohesion for different types of soils obtained using piecewise function model

表 5 不同类型土的黏聚力分段函数模型参数取值

土体类型	a	b	R^2	d	c_d/kPa	$S_{rv}/\%$	R^2
马兰 Q ₃ 黄土 ^[22]	-3.6	6.0	0.96	—	—	—	—
黑方台黄土 ^[23]	-3.0	5.2	0.99	—	—	—	—
潮白河粉细砂 ^[24]	-3.0	4.1	0.83	33.9	0.0	45.1	0.94
杭州粉质黏土 ^[25]	-0.9	3.7	0.89	40.0	20.6	26.8	0.94
砂质粉土 ^[26]	-2.1	3.6	0.98	16.3	9.5	38.9	0.93

注：表中部分 S_{rv} 取值较大的原因与制样方法和土体类型有关，例如砂土的 S_{rv} 取值通常要高于黏性土。

2.2 非饱和土剪胀角最大值演化规律分析

2.2.1 饱和度和垂直压力对非饱和土剪胀角影响分析

吸力（或饱和度）对非饱和土峰值抗剪强度的作用机制可分为两个部分：①吸力增加颗粒间的正应力；②吸力会增加土体的剪胀作用。土体的剪胀角还受土体骨架、干密度和垂直压力的影响。但目前对宽饱和度范围内非饱和土剪胀作用的研究还相对较少。

非饱和土剪切过程中，会发生明显的剪胀，其中剪胀角的定义为

$$\tan \theta = \frac{dH}{dL} \quad (6)$$

式中： θ 为土体剪胀角（°）； $\tan \theta$ 为剪胀量； H 、 L

分别为竖向位移和剪切位移（mm）。当剪胀量取正值时，土样发生剪胀，反之发生剪缩。最大剪胀角（本文统称剪胀角）对应着发生剪切变形时剪胀量最大值。

图 7 展示了文献[11]中统计的 7 种不同粗细混合土在垂直压力 $\sigma_v = 50$ 、100、200、300 kPa 下剪胀角的最大值随饱和度的变化规律。当垂直压力相同时，土体剪胀角随着饱和度的减小而增大。土体从饱和状态风干至完全干燥状态， $FC = 16\%$ 、24%、36%、50%、65%、80%和 100%粗细混合土剪胀角的增长范围依次为 $18^\circ \sim 22^\circ$ 、 $26^\circ \sim 28^\circ$ 、 $34^\circ \sim 39^\circ$ 、 $30^\circ \sim 37^\circ$ 、 $29^\circ \sim 36^\circ$ 、 $25^\circ \sim 29^\circ$ 、 $17^\circ \sim 22^\circ$ 。当饱和度相同时，垂直压力对剪胀性具有一定的抑制作用，剪胀角随着垂直压力的增加而减小。

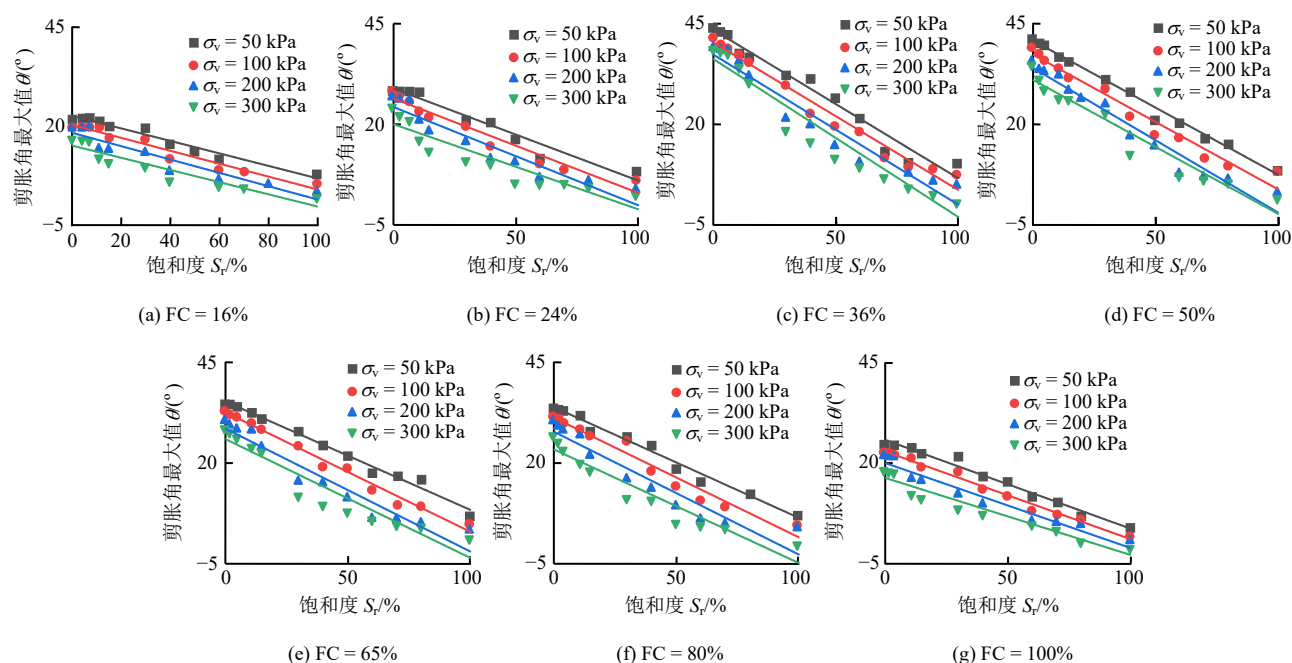


图 7 非饱和粗细混合土剪胀角随饱和度的变化规律

Fig.7 Variations of dilation angle of unsaturated coarse-fine mixed soils with degree of saturation

2.2.2 考虑饱和度和垂直压力的非饱和土剪胀角演化模型

非饱和土的剪胀角受到多个因素的影响，主要与自身状态相关，包括饱和度、干密度、细粒含量等。其中，饱和度是影响非饱和土剪胀角变化的主控因素。为此，本文在构建剪胀角模型时选择了饱和度作为自身状态变量，并引入垂直压力作为外部状态变量，以全面考虑非饱和土的状态特性。以期更准确地描述非饱和土剪胀角的变化规律。

需要说明的是，本文依托的试验数据^[11]是在监测吸力的基础上进行的（而非控制吸力），本文中提到的垂直压力均为竖向净应力。

对图 7 中土体剪胀角的变化规律进行分析，发现饱和度与剪胀角之间存在线性关系，由此可以得到土体的剪胀角与饱和度的经验公式为

$$\theta = fS_r + g \quad (7)$$

式中： f 、 g 均为拟合参数。

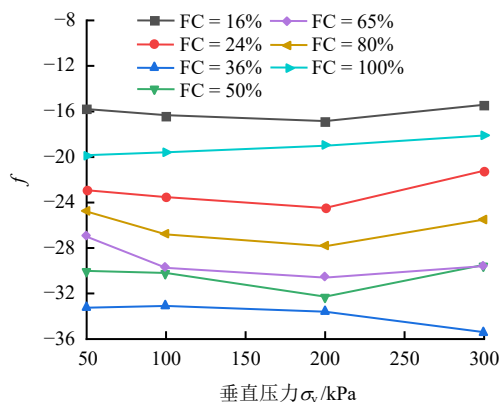
绘制参数 f 与垂直压力之间的关系如图 8(a)所示。由图可以看出，对于同一种细粒含量的粗细混合土，参数 f 随垂直压力的改变变化不大，可取在不同垂直压力下的平均值（见表 6）。

进而绘制参数 g 与垂直压力的关系如图 8(b)所示。拟合参数 g 随垂直压力的增大而减小（与垂直

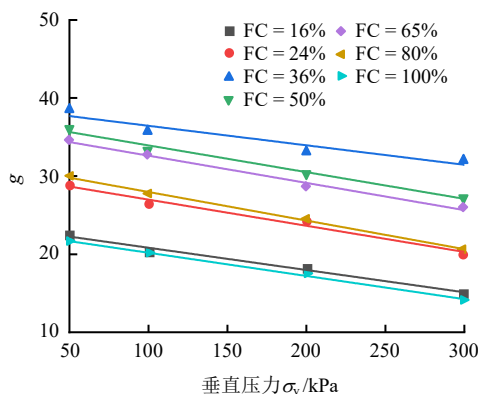
压力随剪胀角的变化规律相同), 参数 g 与垂直压力满足线性函数关系式:

$$g = m\sigma_v + n \quad (8)$$

式中: m 、 n 为拟合参数 (见表 6)。



(a) 参数 f 与垂直压力的关系



(b) 参数 g 与垂直压力的关系

图 8 参数 f 、 g 与垂直压力的关系
Fig.8 Relationships of f and g with vertical load

表 6 剪胀角模型的拟合参数
Table 6 Fitting parameters for dilation angle model

FC/%	f	m	n	R^2
16	-16.1	-0.03	23.7	0.98
24	-23.0	-0.03	30.3	0.97
36	-33.9	-0.03	38.9	0.95
50	-30.5	-0.03	37.4	0.95
65	-29.3	-0.03	36.1	0.98
80	-26.2	-0.03	31.6	0.96
100	-19.1	-0.03	23.2	0.97

注: 参数 f 取图 8(a) 中同一种土在不同垂直压力下的平均值。

从表 6 中可以看出, 不同土样的 m 为一个定值, 对此可以将参数 m 取 -0.03。结合函数关系式 (7)、(8), 可以得到以饱和度和垂直压力为基础变量的非饱和土剪胀角的简化模型为

$$\theta = fS_r - 0.03\sigma_v + n \quad (9)$$

式中: 拟合参数 f 、 n 与土的种类有关。

因先前选取的部分文献数据中 (见表 2) 无剪胀角信息, 因此, 再选取了来自孙德安^[22] (马兰 Q₃ 黄土)、詹良通^[30] (原状膨润土和压实膨润土)、Zhang^[31] (南阳膨润土)、王君鹭^[32] (滑带土) 和 Zhou^[33] (粉质砂土) 等的试验数据 (根据变形曲线计算得到剪胀角的最大值) 进行分析, 代入式 (9) 中计算, 验证提出的剪胀角简化模型, 结果如图 9 所示, 其相关参数见表 7。图 9 中 σ_3 为三轴试验的净围压, σ_v 为直剪试验的竖向净应力。

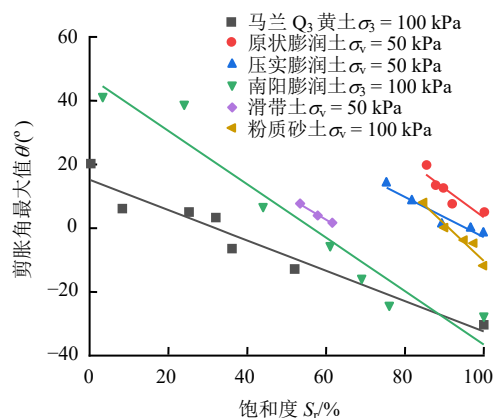


图 9 不同类型土剪胀角与饱和度经验公式拟合结果
Fig.9 Relationships between dilation angle and degree of saturation

表 7 不同类型土剪胀角经验模型拟合参数取值
Table 7 Fitting parameters of dilation angle model for different types of soils

土体类型	f	n	R^2
马兰 Q ₃ 黄土 ^[22]	-47.5	18.1	0.93
原状膨润土 ^[30]	-91.7	96.6	0.87
压实膨润土 ^[30]	-63.1	61.8	0.94
南阳膨润土 ^[31]	-83.8	50.3	0.93
滑带土 ^[32]	-74.2	48.7	0.97
粉质砂土 ^[33]	-116.3	109.1	0.95

从计算结果中可以看出, 采用式 (9) 时, 仅需在相同外部荷载下测得两组不同饱和度土样的剪胀角就能够得到参数 f 和 n 的大小, 进而可以预测出该土样在其他外部荷载和其他饱和度条件下的剪胀角信息。

目前已建立的考虑剪胀作用的强度理论和计算公式大多忽略了饱和度和外部荷载对剪胀角的作用, 本文建立的线性关系公式为后续学者们建立考虑剪胀作用的强度公式提供了参考。

3 非饱和土的抗剪强度模型对比分析

3.1 一种宽饱和度下非饱和土强度模型

基于摩尔-库仑总应力公式 (3), 并结合内摩擦角与黏聚力随饱和度变化所满足的函数关系式 (4)、(5), 得到宽饱和度下非饱和土的强度模型为

$$\tau_f = \begin{cases} \exp(aS_r + b) + \sigma \tan(\varphi') & S_r \geq S_{rc} \\ \exp(aS_r + b) + \sigma \tan\left[\varphi' + \frac{\varphi_d - \varphi'}{S_{rc}}(S_{rc} - S_r)\right] & S_{rv} < S_r < S_{rc} \\ dS_r + c_d + \sigma \tan\left[\varphi' + \frac{\varphi_d - \varphi'}{S_{rc}}(S_{rc} - S_r)\right] & S_r \leq S_{rv} \end{cases} \quad (10)$$

需要说明的是, 在预测具有山峰效应强度特征的砂土、粉土和某些黏性土时, 需使用式 (10) 中的所有表达式来进行强度预测; 而对于大多数黏性土, 在宽饱和度范围内, 其强度会持续稳定增加, 不会出现下降的现象, 因此, 只需使用式 (10) 中的前两项进行预测即可。

3.2 与现有非饱和土抗剪强度模型的对比分析

3.2.1 现有抗剪强度模型的回顾

Khalili 等^[34]基于 Bishop 的强度公式, 通过对大量试验数据进行拟合, 提出了非饱和有效应力参数与吸力比 ψ/ψ_a 之间存在一定的函数关系, 其表达式为

$$\tau_f = \tau_s + \psi \left(\frac{\psi}{\psi_a} \right)^{-\eta} \tan \varphi' \quad (11)$$

式中: η 为拟合参数; ψ_a 为进气值 (kPa)。

Vanapalli 等^[1]通过对砂土、粉土和黏土试样的抗剪强度试验结果分析发现, 有效应力参数与有效饱和度或饱和度存在一定的函数关系, 有两个函数关系式能较好地拟合试验结果, 其中第一个函数关系式为

$$\tau_f = \tau_s + \frac{S_r - S_{rc}}{1 - S_{rc}} \psi \tan \varphi' \quad (12)$$

另一种函数表达式为

$$\tau_f = \tau_s + S_r^\kappa \psi \tan \varphi' \quad (13)$$

式中: κ 为拟合优化参数。

沈珠江^[35]提出非饱和土的抗剪强度随吸力的变化呈非线性关系, 利用折减吸力的概念, 得到的非饱和土强度模型只需要确定一个参数即可预测宽

吸力范围内非饱和土的强度:

$$\tau_f = \tau_s + \frac{\psi}{1 + \lambda \psi} \tan \varphi' \quad (14)$$

式中: λ 为方程拟合参数。

3.2.2 非饱和土强度模型对粗细混合土的强度预测效果

利用式 (11) ~ (14) 4 种非饱和土强度模型预测文献[11]中粗细混合土的强度变化, 并与本文提出的强度模型进行对比分析, 如图 10 所示 (图中的虚线为土-水特征曲线的残余吸力值)。图中 η 、 κ 和 λ 的取值分别为式 (11)、(13)、(14) 的拟合参数。

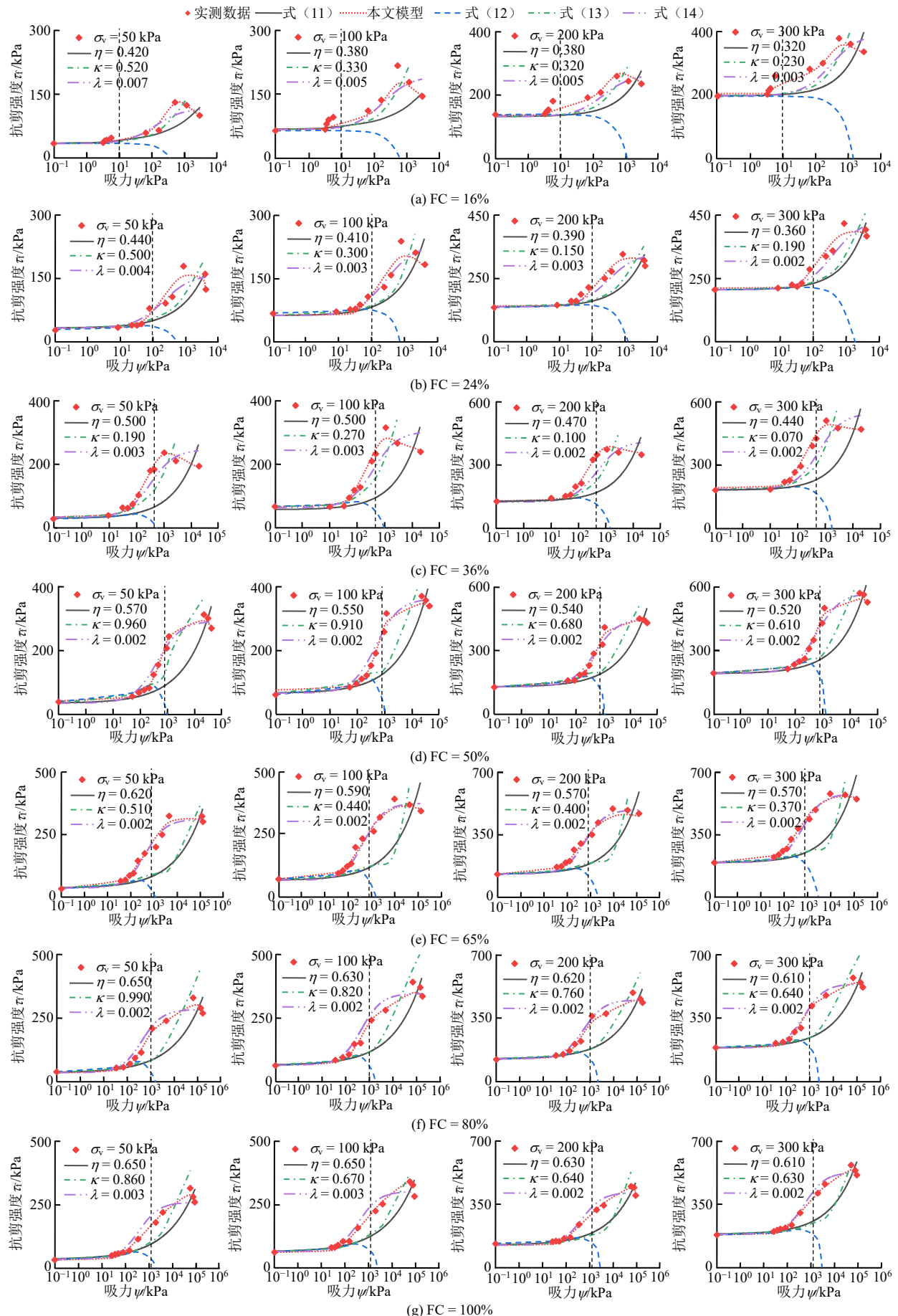
从图中可以看出, 式 (11) 和式 (13) 在宽吸力范围内低估了粗细混合土的强度。但由于参数 η 和 κ 为常数, 因此, 在残余区的预测强度持续增加, 无法反映出吸力对非饱和强度贡献的非线性特征。式 (12) 中认为只有毛细水对强度有贡献, 当土体饱和度接近残余饱和度时, 有效应力参数的大小逐渐趋近于 0, 进而导致吸力强度 τ_{us} 很小, 预测强度低于实测值。

式 (14) 对粗细混合土强度的预测是相对吻合的, 但对于 FC 较低的砂性土, 预测效果变差。这是因为砂性土的强度对有效饱和度或饱和度更加敏感, 式 (14) 中对毛细黏聚力的表达并没有饱和度或有效饱和度的参量; 另一方面, 在高吸力时, 式 (14) 中毛细黏聚力趋于一个定值, 不能用于描述山峰效应。利用本文强度模型预测得到的强度与实测强度之间具有良好的一致性。

3.2.3 非饱和土强度模型对不同类型土的强度预测效果

进一步地使用上述模型对已发表文献中的试验数据 (见表 2) 进行预测效果的对比, 结果如图 11 所示。

可以看出, 不同强度公式对不同类型非饱和土强度的预测效果不同, 对于马兰 Q₃ 黄土, 本文模型、式 (12) 和式 (13) 在整体上可以较好地预测非饱和土的强度, 但由于表达式的局限性, 式 (12) 严重低估了残余区内土体的强度, 而式 (11) 和式 (14) 只有在较低吸力范围内 (<500 kPa) 的预测效果较好。对于黑方台黄土和杭州粉质黏土, 本文模型和式 (14) 可以很好地预测宽吸力范围内非饱和土的强度, 而式 (11)、(12) 和 (13) 均低估了土体的强度。对于粉细砂和砂质粉土, 本文模型的预测效果较好, 式 (11) ~ (14) 均低估了土体的强度, 且不能用于描述非饱和土强度山峰效应的现象。



注：由于 4 种强度模型均是以吸力为变量而构建的公式，为了统一表达，图 10 和 11 选用吸力作为横坐标。

图 10 不同细粒含量的粗细混合土的强度预测值与实测值对比

Fig.10 Measured and predicted shear strengths for coarse-fine mixed soils with different fines contents

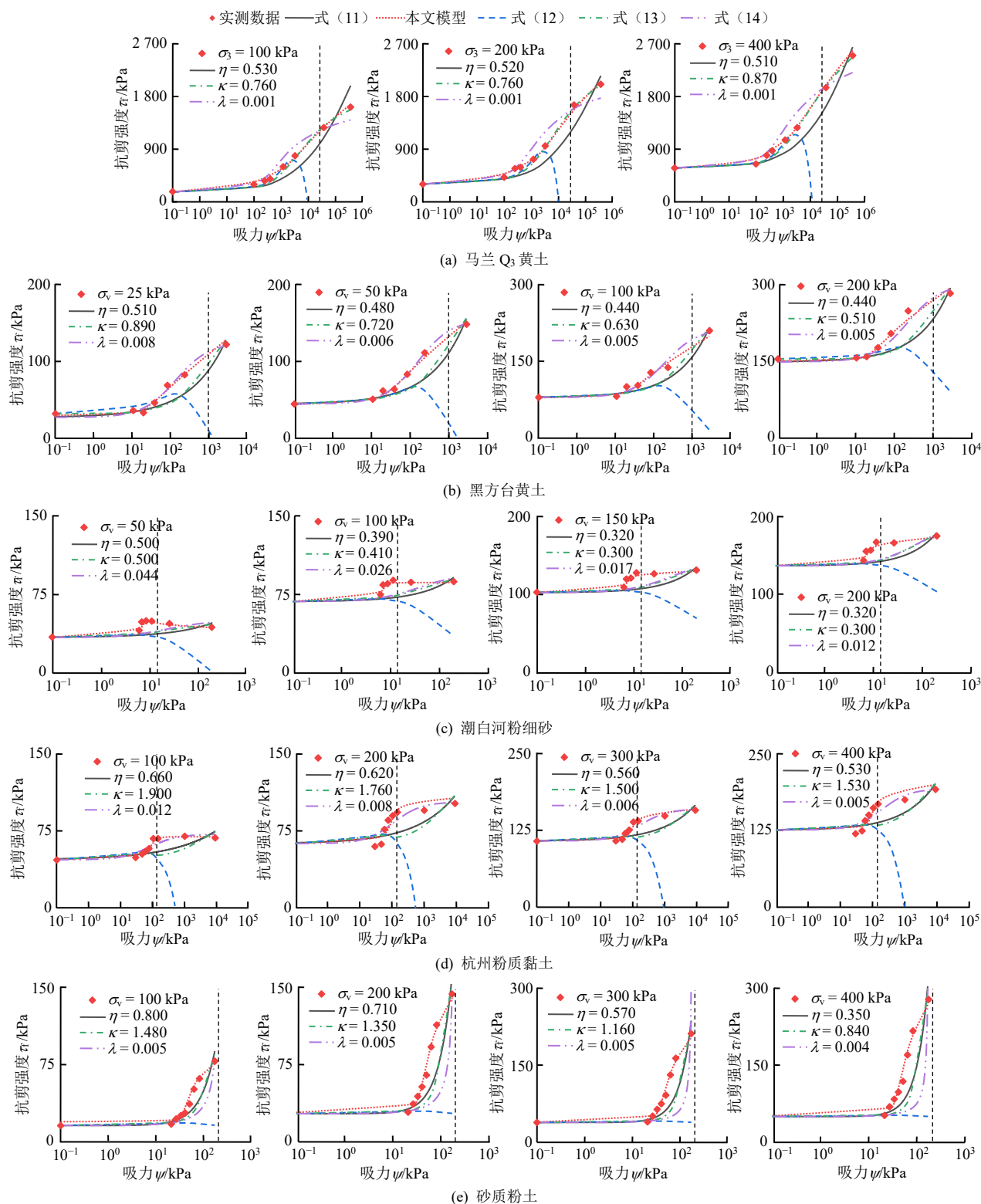


图 11 不同类型土的强度预测值与实测值对比

Fig.11 Measured and predicted shear strengths for different types of soils

4 结 论

基于现有文献中的试验数据, 本文对宽饱和度范围内非饱和土抗剪强度指标的演化规律进行了模型描述, 建立了一个宽饱和度范围内的非饱和土力学模型。本文获得的主要结论有:

(1) 非饱和土内摩擦角是一个定值仅在高饱和度和条件下成立。存在一个临界饱和度阈值 S_{rc} , 当土体饱和度 $S_r \leq S_{rc}$ 时, 非饱和土的内摩擦角随饱和度的降低呈线性增加。

(2) 非饱和土黏聚力随着饱和度的降低逐渐增大, 根据土体类型的不同, 随后出现不同程度的下

降或保持稳定。

(3) 土体的剪胀角随饱和度的降低而增大, 垂直压力的增加对土体的剪胀性有一定的抑制作用。

(4) 本文基于饱和度为状态变量, 建立了一个适用于宽饱和度范围内非饱和土抗剪强度指标的模型, 该模型能够很好地描述非饱和土黏聚力和内摩擦角的演化行为。在实际工程应用中, 该模型具有一定的实用性和可行性。

参 考 文 献

- [1] VANAPALLI S K, FREDLUND D G, PUFAHL D E. The relationship between the soil-water characteristic curve and the unsaturated shear strength of a compacted glacial till[J]. **Geotechnical Testing Journal**, 1996, 19: 259-268.
- [2] LU N, LIKOS W J. Suction stress characteristic curve for unsaturated soil[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2006, 132(2): 131-142.
- [3] 赵煜鑫, 刘艳, 李旭, 等. 非饱和黏性土抗剪强度模型对比分析及参数确定方法[J]. 岩土工程学报, 2022, 44(增刊 1): 126-131.
ZHAO Yu-xin, LIU Yan, LI Xu, et al. Comparative analysis and parameters determination method of shear strength models of unsaturated clayey soils[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2022, 44(Suppl.1): 126-131.
- [4] BISHOP A W. The principle of effective stress[J]. **Teknisk Ukeblad**, 1959, 106(39): 859-863.
- [5] FREDLUND D G, MORGENSTERN N R, WIDGER R A. The shear strength of unsaturated soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1978, 15(3): 313-321.
- [6] ESCARIO V, SAEZ J. The shear strength of partly saturated soils[J]. **Geotechnique**, 1986, 36(3): 453-456.
- [7] 杨庆, 贺洁, 栾茂田. 非饱和红粘土和膨胀土抗剪强度的比较研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(1): 13-16.
YANG Qing, HE Jie, LUAN Mao-tian. Comparative study on shear strength of unsaturated red clay and expansive soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(1): 13-16.
- [8] 杨和平, 张锐, 郑健龙. 非饱和膨胀土总强度指标随饱和度变化规律[J]. 土木工程学报, 2006, 39(4): 58-62.
YANG He-ping, ZHANG Rui, ZHENG Jian-long. Variation of the total shear strength of unsaturated expansive soils with degree of saturation[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2006, 39(4): 58-62.
- [9] 赵煜鑫, 李旭, 林森, 等. 广吸力范围内一种改进的非饱和土抗剪强度模型[J]. 岩土力学, 2023, 44(4): 990-1000.
ZHAO Yu-xin, LI Xu, LIN Sen, et al. An improved shear strength model of unsaturated soils over a wide suction range[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2023, 44(4): 990-1000.
- [10] GAO Y, SUN D A, ZHOU A N, et al. Predicting shear strength of unsaturated soils over wide suction range[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2020, 20(2): 04019175.
- [11] 赵煜鑫, 张禄乾, 李旭, 等. 宽饱和度范围非饱和粗细混合土的强度演化规律: 试验现象[J/OL]. 岩土工程学报, 2023: 1-11. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1124.TU.20230305.1322.016.html>.
ZHAO Yu-xin, ZHANG Lu-qian, LI Xu, et al. Unsaturated shear strength characteristics of coarse-fine mixed soils in a wide degree of saturation range: experimental phenomena[J/OL]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2023: 1-11. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/32.1124.TU.20230305.1322.016.html>.
- [12] 周葆春, 孔令伟, 马全国, 等. 压实膨胀土非饱和抗剪强度的湿度与密度效应[J]. 岩土力学, 2017, 38(增刊 1): 240-246.
ZHOU Bao-chun, KONG Ling-wei, MA Quan-guo, et al. Effects of moisture and density states on unsaturated shear strength of compacted expansive soil[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(Suppl.1): 240-246.
- [13] 孙德安, 何家浩, 高游. 广吸力范围内压实红黏土的强度特性[J]. 岩土力学, 2017, 38(增刊 2): 51-56.
SUN De-an, HE Jia-hao, GAO You. Strength characteristics of compacted lateritic clay in a wide range of suction[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(Suppl.2): 51-56.
- [14] GAO Y, SUN D A, ZHU Z C, et al. Hydromechanical behavior of unsaturated soil with different initial densities over a wide suction range[J]. **Acta Geotechnica**, 2019, 14(2): 417-428.
- [15] VANAPALLI S K, WRIGHT A, FREDLUND D G. Shear strength behavior of a silty soil over the suction range from 0 to 1 000 000 kPa[C]//Proceedings of the 53th Canadian Geotechnical Conference. Montreal, Quebec: [s. n.], 2000: 15-18.
- [16] PATIL U D, PUPPALA A J, HOYOS L R, et al. Modeling critical-state shear strength behavior of compacted silty sand via suction-controlled triaxial testing[J]. **Engineering Geology**, 2017, 231: 21-33.
- [17] 李旭, 刘阿强, 刘丽, 等. 全吸力范围内土-水特征曲线的快速测定方法[J]. 岩土力学, 2022, 43(2): 299-306.
LI Xu, LIU A-qiang, LIU Li, et al. A rapid method for determining the soil-water characteristic curves in the full suction range[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2022, 43(2): 299-306.

- 299-306.
- [18] 李旭, 张利民, 敖国栋. 失水过程孔隙结构、孔隙比、含水率变化规律[J]. 岩土力学, 2011, 32(增刊 1): 100-105.
- LI Xu, ZHANG Li-min, AO Guo-dong. Variations of pore structure, void ratio, and water content in soil drying process[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(Suppl.1): 100-105.
- [19] HOSSAIN M A, YIN J H. Shear strength and dilative characteristics of an unsaturated compacted completely decomposed granite soil[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2010, 47(10): 1112-1126.
- [20] 凌华, 殷宗泽. 非饱和土强度随含水量的变化[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(7): 1499-1503.
- LING Hua, YIN Zong-ze. Variation of unsaturated soil strength with water contents[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2007, 26(7): 1499-1503.
- [21] 王林浩, 白晓红, 冯俊琴. 压实黄土状填土抗剪强度指标的影响因素探讨[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(增刊 2): 132-135.
- WANG Lin-hao, BAI Xiao-hong, FENG Jun-qin. Discussion on shearing strength influencing factors of compacted loess-like backfill[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2010, 32(Suppl.2): 132-135.
- [22] 孙德安, 徐钱垒, 陈波, 等. 广吸力范围内非饱和和原状黄土的力学特性[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(9): 1586-1592.
- SUN De-an, XU Qian-lei, CHEN Bo, et al. Mechanical behavior of unsaturated intact loess over a wide suction range[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2020, 42(9): 1586-1592.
- [23] 马路. 非饱和和压实黄土抗剪强度的研究[D]. 西安: 长安大学, 2019.
- MA Lu. Study on shear strength of unsaturation compacted soils[D]. Xi'an: Chang'an University, 2019.
- [24] 林鸿州, 李广信, 于玉贞, 等. 基质吸力对非饱和土抗剪强度的影响[J]. 岩土力学, 2007, 28(9): 1931-1936.
- LIN Hong-zhou, LI Guang-xin, YU Yu-zhen, et al. Influence of matric suction on shear strength behavior of unsaturated soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(9): 1931-1936.
- [25] 许四法, 王志健, 胡琦, 等. 重塑非饱和粉质黏土抗剪强度特性试验研究[J]. 浙江工业大学学报, 2015, 43(2): 227-231.
- XU Si-fa, WANG Zhi-jian, HU Qi, et al. An experimental study on the shear strength characteristics of remolded unsaturated silty clay[J]. **Journal of Zhejiang University of Technology**, 2015, 43(2): 227-231.
- [26] 万龙. 粉粒含量对非饱和土抗剪强度影响的试验研究[D]. 杭州: 浙江工业大学, 2016.
- WAN Long. Experimental study of the influence of silt content on mechanical properties of unsaturation soil[D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2016.
- [27] 卢海峰, 陈盼, 韦昌富. 脱湿条件下黏性土吸力强度演化规律及其微观机理[J]. 岩土力学, 2017, 38(增刊 2): 145-150.
- LU Hai-feng, CHEN Pan, WEI Chang-fu. Evolution of suction strength of clayed soil under drying conditions and its microscopic mechanism[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(Suppl.2): 145-150.
- [28] MA T T, WEI C F, YAO C, et al. Microstructural evolution of expansive clay during drying-wetting cycle[J]. **Acta Geotechnica**, 2020, 15(8): 2355-2366.
- [29] 牛庚, 邵龙潭, 孙德安, 等. 土-水特征曲线测量过程中孔隙分布的演化规律探讨[J]. 岩土力学, 2020, 41(4): 1195-1202.
- NIU Geng, SHAO Long-tan, SUN De-an, et al. Evolution law of pore-size distribution in soil-water retention test[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2020, 41(4): 1195-1202.
- [30] 詹良通, 吴宏伟. 吸力对非饱和膨胀土抗剪强度及剪胀特性的影响[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(1): 82-87.
- ZHAN Liang-tong, NG C W W. Effect of suction on shear strength and dilatancy of an unsaturated expansive clay[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2007, 29(1): 82-87.
- [31] ZHANG J R, NIU G, LI X, et al. Hydro-mechanical behavior of expansive soils with different dry densities over a wide suction range[J]. **Acta Geotechnica**, 2020, 15(1): 265-278.
- [32] 王君鹭, 唐辉明, 倪卫达. 黄土坡滑坡滑带土非饱和力学特性试验研究[J]. 工程地质学报, 2015, 23(2): 211-218.
- WANG Jun-lu, TANG Hui-ming, NI Wei-da. Unsaturated mechanical property test of sliding-zone soil of Huangtupo landslide[J]. **Journal of Engineering Geology**, 2015, 23(2): 211-218.
- [33] ZHOU W H, XU X, GARG A. Measurement of unsaturated shear strength parameters of silty sand and its correlation with unconfined compressive strength[J]. **Measurement**, 2016, 93: 351-358.
- [34] KHALILI N, KHABBAZ M H. A unique relationship for χ for the determination of the shear strength of unsaturated soils[J]. **Geotechnique**, 1998, 48(5): 681-687.
- [35] 沈珠江. 非饱和土力学的回顾与展望[J]. 水利水电科技进展, 1996, 16(1): 1-5.
- SHEN Zhu-jiang. Retrospect and prospect on soil mechanics for unsaturated soils[J]. **Advances in Science and Technology of Water Resources**, 1996, 16(1): 1-5.